

Forschendes Lernen in der Mathematikdidaktik

Rudolf vom Hofe^{1,*}

¹ *Universität Bielefeld*

** Kontakt: Universität Bielefeld, Fakultät für Mathematik,
Universitätsstraße 25, 33615 Bielefeld
vomhofe@math.uni-bielefeld.de*

Zusammenfassung: Im Gegensatz zur Mathematik liegt der Fokus von Forschung bei der Mathematikdidaktik nicht auf universeller Gültigkeit, sondern auf dem lernenden Individuum. Allgemeines theoretisches Wissen kann hierbei nicht einfach umgesetzt werden, sondern muss im Hinblick auf die jeweils konkret vorliegenden spezifischen Bedingungen angepasst und übertragen werden. Hierfür ist eine forschende Grundhaltung aufgrund der hohen subjektiven Situiertheit von Lernprozessen naheliegend und damit von zentraler Bedeutung für Theorie und Praxis der Mathematikdidaktik.

Schlagwörter: Forschendes Lernen, Mathematikdidaktik, empirisches Wissen, Grundvorstellungen, Übergeneralisierung



1 Forschung in Mathematik und Mathematikdidaktik

Gegenstand der mathematischen Forschung sind mathematische Inhalte, z.B. Zahlen, Funktionen, Sätze, Beweise. Ziel dieser Forschung ist die Weiterentwicklung mathematischer Theorien und ihrer Anwendungen. Der Fokus liegt dabei auf der universellen Gültigkeit der Ergebnisse.

Anders ist dies in der Mathematikdidaktik: Gegenstand der Forschung sind hier mathematische Lernprozesse. Ziel ist die Weiterentwicklung von Theorie und Praxis des Lernens von Mathematik. Der Fokus liegt auf dem lernenden Individuum.

2 Wie entsteht empirisches Wissen in der Mathematikdidaktik?

Grundlage bilden theoretische Modelle zum Lehren und Lernen von Mathematik. Sie bilden die Basis für die Anwendung theoretischen Wissens in der Praxis: Überprüfen von Hypothesen, Exploration von Lernprozessen sowie Entwicklung und Evaluation neuer Konzepte. Dies führt wiederum zu einer Modifizierung und Weiterentwicklung der Theorie im Sinne eines zunehmend empirisch basierten Wissens.

Dies gilt sowohl für die didaktische Forschung als solche als auch – in entsprechend begrenztem Rahmen – für Projekte von Studierenden.

3 Welche Rolle spielt dabei Forschendes Lernen?

Während mathematische Forschung auf das Universum ausgerichtet ist, ist der Fokus der Mathematikdidaktik der Mikrokosmos des lernenden Individuums. Das Rekonstruieren und Verstehen individueller Lernprozesse ist daher eine Grundvoraussetzung für die Analyse und konstruktive Gestaltung von Lehr- und Lernprozessen, für die Vermittlung mathematischer Kompetenzen und die Behebung von Fehlkonzepten.

Allgemeines theoretisches Wissen kann hierbei nicht einfach umgesetzt werden, sondern muss im Hinblick auf die jeweils konkret vorliegenden spezifischen Gruppen oder Individuen angepasst und übertragen werden. Eine forschende Grundhaltung ist aufgrund der hohen subjektiven Situiertheit von Lernprozessen naheliegend und von zentraler Bedeutung (Kleine & Castelli, 2017; Roth & Weigand, 2011).

4 Wie kann Forschendes Lernen bei Studierenden angeregt und unterstützt werden?

Zunächst müssen theoretische Grundlagen und begriffliches Wissen in mathematikdidaktischen Lehrveranstaltungen vermittelt werden. Dann folgt die Anwendung dieses Wissens in konkreten individuellen Lernsituationen. Dies können z.B. Betreuungssituationen von einzelnen Lernenden, Förderarbeit in kleinen Gruppen oder Unterrichtsversuche in ganzen Klassen sein. Wichtig ist nun, dass es gelingt, die Arbeit in diesen Praxissituationen mit dem zuvor erworbenen didaktischen Wissen in Beziehung setzen zu können. Ziel ist dabei die Analyse und Gestaltung von Unterrichtsmaßnahmen auf der Grundlage theoriebasierter Reflexion.

5 Beispiel: Übergeneralisierung

Zum Grundlagenwissen in Mathematikdidaktik gehört die Theorie über mathematische Grundvorstellungen (GV). Dies sind mentale Modelle, die Lernende von mathematischen Inhalten entwickeln und beim Rechnen aktivieren; so ist z.B. „*Vervielfachen*“ eine GV der Multiplikation (vom Hofe & Blum, 2016). Bei der Genese von GV bilden sich

intuitive Annahmen – „tacit models“ (Fischbein, 1989) – aus, die das Rechnen z.T. unbewusst beeinflussen, z.B. „Multiplizieren vergrößert“. Diese Annahme ist richtig, solange man mit natürlichen Zahlen rechnet. Sie wird aber zum Problem, wenn sie auf Bereiche übertragen wird, in denen sie nicht mehr gilt, z.B. auf das Rechnen mit Brüchen. Hier kann Multiplizieren auch verkleinern (z.B. $200 \text{ €} \cdot \frac{1}{4} = 50 \text{ €}$).

Weil Fehlermuster hoch individuell sind und sich standardmäßig kaum erfassen lassen, ist die mathematische Fehleranalyse ein Feld, das in besonderer Weise eine forschende Grundhaltung erfordert. Bei der Analyse mathematischer Lernprozesse, insbesondere bei Fehleranalysen, tauchen häufig Fehlkonzepte auf, die auf der oben beschriebenen Art von Übergeneralisierung beruhen.

Forschendes Lernen lässt sich hier in drei Schritten unterstützen:

- (1) das Vermitteln von begrifflichem Wissen, hier über die GV-Theorie und Effekte der Übergeneralisierung;
- (2) die Möglichkeit, das Wissen in praktischen Lehr- bzw. Lernsituationen in einer forschenden Grundhaltung anzuwenden, hier das Entdecken und Identifizieren individueller Muster von Übergeneralisierung;
- (3) das theoriebasierte Reflektieren als Grundlage der Erweiterung der eigenen Professionskompetenzen.

Weitere Beispiele finden sich in den *Handreichungen zur Fächerspezifischen Umsetzung des Bielefelder Praxissemesters – Mathematik* (Fachgruppe Mathematik IDM, 2014).

6 Wo gibt es Überschneidungen Synergien/Differenzen zwischen den fachdidaktischen Ansätzen?

Starke Ähnlichkeiten gibt es in diesen Fragen zwischen der Mathematikdidaktik und den Didaktiken der Naturwissenschaften, insbesondere der Physikdidaktik. Hier liegt eine ähnliche Situation hinsichtlich der Unterscheidung von Forschung im Fach und in der Didaktik vor. Ähnlich ist auch die Genese empirischen Wissens in diesen Fachdidaktiken.

Das oben angedeutete Beispiel der Übergeneralisierung als mentales, unbewusst wirksames Denkmuster spielt auch in den Didaktiken der Naturwissenschaften eine wichtige Rolle. In der Physik wird dieser Zusammenhang durch die *Conceptual-Change-Theory* beschrieben (Vosniadou & Verschaffel, 2004).

Sowohl der oben beschriebene Zugang in drei Schritten als auch das Beispiel der Übergeneralisierung lassen sich in ähnlicher Form auch in geistes- oder sprachwissenschaftlichen Fachdidaktiken wiederfinden; so ist Übergeneralisierung auch ein bekanntes Phänomen im Fach *Deutsch als Fremdsprache*.

7 Ideen für Beiträge zum Kompetenzzentrum Forschendes Lernen und zum Online-Portal

Zunächst ist die Formulierung von steckbriefartigen Beschreibungen des Verständnisses von Forschendem Lernen in den einzelnen Fachdidaktiken ein wichtiger Schritt zur allgemeinen Orientierung.

Weiterhin können die einzelnen Projekte Formate für Forschendes Lernen im Studium und Praxissemester entwickeln, die über den jeweiligen Projektzusammenhang hinausgehen und zur Anregung neuer Projekte dienen können.

Es gibt bereits eine ganze Reihe von Beispielen für Studienprojekte zum Forschenden Lernen. Auch diese sollten in diesem Zusammenhang aufgenommen werden.

Schließlich sollten auch bestehende Konzepte und Instrumente, die in besonderer Weise für die empirische Erfassung Forschenden Lernens geeignet sind bzw. dafür entwickelt wurden, aufgenommen und damit allgemein zugänglich gemacht werden.

Literatur und Internetquellen

- Fachgruppe Mathematik IDM (2014). *Handreichungen zur Fächerspezifischen Umsetzung des Bielefelder Praxissemesters – Mathematik*. Bielefeld: unveröffentlichtes Manuskript
- Fischbein, E. (1989). Tacit Models and Mathematic Reasoning. *For the Learning of Mathematics*, 9, 9–14.
- Kleine, M., & Castelli, S. (2017). Perspektiven zum Forschenden Lernen im Fach Mathematik. In R. Schüssler, A. Schönig, V. Schwier, J. Gold & U. Weyland, (Hrsg.), *Forschendes Lernen im Praxissemester* (S. 292–297). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Roth, J., & Weigand, H.-G. (2011). Forschendes Lernen. *Mathematik Lehren*, 169, 2–9.
- vom Hofe, R., & Blum, W. (2016). „Grundvorstellungen“ as a Category of Subject-Matter Didactics. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37, 225–254. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0107-3>
- Vosniadou, S., & Verschaffel, L. (2004). Extending the Conceptual Change Approach to Mathematics Learning and Teaching. *Learning and Instruction*, 14, 445–451. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2004.06.014>

Beitragsinformationen¹

Zitationshinweis:

vom Hofe, R. (2019). Forschendes Lernen in der Mathematikdidaktik. *PraxisForschungLehrer*innenbildung*, 1 (2), 94–97. <https://doi.org/10.4119/pflb-1980>

Online verfügbar: 19.12.2019

ISSN: 2629-5628



© Die Autor*innen 2019. Dieser Artikel ist freigegeben unter der Creative-Commons-Lizenz Namensnennung, Weitergabe unter gleichen Bedingungen, Version 4.0 Deutschland (CC BY-SA 4.0 de).

URL: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/de/legalcode>

¹ Das diesem Beitrag zugrunde liegende Vorhaben Bi^{professional} wird im Rahmen der gemeinsamen Qualitäts-offensive Lehrerbildung von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung gefördert (Förderkennzeichen 2016–2019: 01JA1608; 2019–2023: 01JA1908). Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt beim Autor.